BKT Übungen Kurvendiskussionen

Ki

Bestimmen Sie von den nachfolgenden Funktionen den Definitionsbereich, Polstellen, Lücken, Schnittpunkte mit x–und y–Achse, Extrempunkte, Sattelpunkte und Wendepunkte! Skizzieren Sie den Graphen!

1. $f(x)=x^3-3x^2-9x+27$
2. $f(x)=x^4-10x^2+9$
3. $f(x)=x^4-4x^3$
4. $f(x)=x^4-6x^3+12x^2-8x$
5. $f(x)=x^4-8x^3+24x^2-32x+16$
6. $f(x)=x^3-6x^2+9x$
7. $f(x)=x^4-4x^3+6x^2$
8. $f(x)=x^4+7x^3+10x^2$
9. $f(x)=x^3-6x^2+12x-7$
10. $f(x)=\dfrac{x^3+6x^2+11x+6}{x^3+5x^2+8x+4}$
11. $f(x)=\dfrac{-x^3-9x}{x^2+3}$
12. $f(x)=\dfrac{x}{x^2+9}$
13. $f(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$
14. $f(x)=\dfrac{6x^2+6}{x^2+3}$
15. $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x^3-x^2+3x-3}$
16. $f(x)=\dfrac{x^3-4x^2+4x}{x^3-6x^2+12x-16}$ (nicht gut!)
17. $f(x)=\dfrac{x^3-4x^2+4x}{x^3-4x^2+8x-8}$
18. $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-9x-9}{x^2+6x+5}$
19. $f(x)=x^4-8x^2-9$

Lösungen

1. $D=\mathbb{R}$, $x_{01}=-3$, $x_{02}=3$, $y_0=27$, $H(-1|32)$, $T(3|0)$, $W(1|16)$
2. $D=\mathbb{R}$, $x_{01}=-3$, $x_{02}=-1$, $x_{03}=1$, $x_{04}=3$, $y_0=9$, $H(0|9)$, $T_1(-2{,}2361|-16)$, $T_2(2{,}2361|-16)$, $W_1(-1{,}291|-4{,}889)$, $W_2(1{,}291|-4{,}889)$
3. $D=\mathbb{R}$, $x_{01}=0$, $x_{02}=4$, $y_0=0$, $T(3|-27)$, $S(0|0)=W_1(0|0)$, $W_2(2|-16)$
4. $D=\mathbb{R}$, $x_{01}=0$, $x_{02}=2$, $y_0=0$, $T(0{,}5|-1{,}688)$, $S(2|0)=W_1(2|0)$, $W_2(1|-1)$
5. $D=\mathbb{R}$, $x_0=2$, $y_0=16$, $T(2|0)$
6. $D=\mathbb{R}$, $x_{01}=0$, $x_{02}=3$, $y_0=0$, $H(1|4)$, $T(3|0)$, $W(2|2)$
7. $D=\mathbb{R}$, $x_0=0$, $y_0=0$, $T(0|0)$, kein Hochpunkt, kein Wendepunkt
8. $D=\mathbb{R}$, $x_{01}=-5$, $x_{02}=-2$, $x_{03}=0$, $y_0=0$, $H(-1{,}25|4{,}3945)$, $T_1(-4|-32)$, $T_2(0|0)$, $W_1(-2{,}931|-16{,}56)$, $W_2(-0{,}569|2{,}0505)$
9. $D=\mathbb{R}$, $x_0=1$, $y_0=-7$, $S(2|1)=W(2|1)$
10. $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;-1\}$, $x_P=-2$, $L(-1|2)$, $x_0=-3$, $y_0=1{,}5$, keine Extrema, keine Wendepunkte
11. $D=\mathbb{R}$ $x_0=0$, $y_0=0$ $W_1(0|0)$ $W_2(-3|4{,}5)$ $W_3(3|-4{,}5)$ $a(x)=-x$
12. $D=\mathbb{R}$, $x_0=0$, $y_0=0$, $T(-3|-0{,}1667)$, $H(3|0{,}1667)$, $W_1(-6|-1{,}3333)$, $W_2(0|0)$, $W_3(6|1{,}3333)$
13. $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$, $x_{P1}=-1$, $x_{P2}=1$, $x_0=0$, $y_0=0$, $W(0|0)$
14. $D=\mathbb{R}$, keine Nullstellen, $y_0=2$, $T(0|2)$, $W_1(-1|3)$, $W_2(1|3)$,
15. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$, $L(1|0{,}25)$, $x_0=0$, $y_0=0$, $T(-1{,}732|-0{,}2887)$, $H(1{,}732|0{,}2887)$, $W_1(-3|-0{,}25)$, $W_2(0|0)$, $W_3(3|0{,}25)$
16. $D=\mathbb{R}\setminus\{4\}$, $x_P=4$, $x_{01}=0$, $x_{02}=2$, $y_0=0$, $T(0{,}8079|-0{,}118)$, $H(2|0)$, $W_1(-0{,}331|0{,}0871)$, $W_2(1{,}4189|-0{,}058)$
17. $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$, $L(2|0)$, $x_0=0$, $y_0=0$, $T(1|-0{,}333)$, $W(0|0)$ Achtung: Bei $x_w=2$ **kein** Wendepunkt und **keine** Nullstelle, $2\notin D$!
18. $D=\mathbb{R}\setminus\{-5;-1\}$, $x_P=-5$, $L(-1|-2)$, $H(-9|-18)$, **kein** Wendepunkt
    Achtung: Bei $(-1|-2)$ liegt **kein** Hochpunkt, $-1\notin D$!
19. $D=\mathbb{R}$, $x_{01}=-3$, $x_{02}=3$, $y_0=-9$, $T_1(-2|-25)$, $H(0|-9)$, $T_2(2|-25)$, $W_1(-1{,}155|-17{,}89)$ $W_2(1{,}155|-17{,}89)$